УДК519.21

ТЕОРЕМА ТИПУ ЛЕВІ — БАКСТЕРА ДЛЯ ГАУССІВСЬКИХ УЗАГАЛЬНЕНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ З НЕЗАЛЕЖНИМИ ЗНАЧЕННЯМИ

С.М. Краснитський, доктор фізіко-математичних наук, професор
Київський національний університет технологій та дизайну
О.О. Курченко, доктор фізіко-математичних наук, професор
Київський національний університет Тараса Шевченка

Ключові слова: гауссівські узагальнені процеси, процеси з незалежними значеннями, граничні теореми типу Леві — Бакстера.

Використання узагальнених функцій [1] і їх стохастичних аналогів (узагальнених процесів і полів)суттєво розширює можливості адекватного описання систем самої різноманітної природи[1,2]. В даній роботі в якості такої функції розглядається узагальнений випадковий процес $\xi = (\xi, \varphi)$, під яким розуміємо сукупність дійсних випадкових величин $\left\{\xi_{\varphi}, \varphi \epsilon K\right\}$, що індексовані дійсними фінітними нескінченно диференційованими функціями з простору K (інше поширене позначення D) Л. Шварца [1]. За означенням, розглядуваний узагальнений випадковий процес є лінійним з імовірністю 1 за аргументом φ. Скінченновимірні розподіли процесу вважаються нормальними (гауссівськими). В нашій доповіді розглядається підкласкласу процесів вищезазначеного типу, а саме — процеси з незалежними значеннями. Для таких процесів величини $(\xi, \varphi), (\xi, \psi)$є незалежними, якщо носії функцій φ, ψ не мають спільних внутрішніх точок. Згідно з [1], коваріаційний функціонал $B(\varphi, \psi)$ вказаного процесу має вигляд

$$B(\varphi, \psi) = \int \sum_{j,k \geq 0} R_{jk}(x) \varphi^{(j)}(x) \psi^{(k)}(x) dx, \qquad (1)$$

де $\int \ldots = \int_{-\infty}^{\infty} \ldots, \varphi^{(j)}$— похідна j-го порядку від функції φ, причому лише скінченна кількість (неперервних) функцій R_{jk} є відмінною від 0 на кожному скінченному інтервалі. Надалі в якості такого інтервалу без суттєвого обмеження загальності береться інтервал [0, 1], а порядок диференціальної форми в (1) (величина $\max_{j,k}\{j + k\}$), дорівнює парному числу $2N$. Таким чином коваріаційний функціонал процесу припускає представлення

$$r(\varphi, \psi) = \sum_{\substack{k,j=0, \\ k+j \leq 2N}}^{2N} \int R_{kj}(x) \varphi^{(k)}(x) \psi^{(j)}(x) dx, \qquad (2)$$

Відмітимо, що в роботі [4] розглядався частковий випадок (2) при $N = 1$.
Ми будемо використовувати сімейства функцій виду

$$\left\{\chi_{t,h} \in K : t \in R = (-\infty, \infty), h \in (0,1), supp\, \chi_{t,h} \subset [t, t+h]\right\}, \qquad (3)$$

Означення. Сімейство функцій (3) називається сімейством типу O_2, якщо для функцій цього сімейства виконується рівність$\int_t^{t+h}\chi_{t,h}^2(x)dx = h + o(h), h \to +0$рівномірно відносно $t\epsilon R$.

Перетворення*L*,*M*. Визначимо перетворення L,M основних функцій $\chi_{t,h}$ наступними рівностями

$$\left(L\chi_{t,h}\right)(x) = \chi_{t,h}(2x-t) - \chi_{t,h}(2x-(t+h)), x \in R, \left(M\chi_{t,h}\right)(x) = \int_{-\infty}^{x}\chi_{t,h}(y)dy.$$

Нехай сімейство функцій (3) має тип O_2і виконується рівність (2).

Визначимо нове сімейство функцій

$$A_N = \left\{\alpha_{t,h} = 2^{-\frac{N(N-1)}{2}}\left((ML)^N\chi_{t,h}\right): t \in R, h > 0\right\}.$$

Для неспадної необмеженої послідовності натуральних чисел $\{b(n)\}$ і функції $\alpha_{t,h} \in A_N$ позначимо

$$\alpha_{k,n} = \alpha_{t,h}(\cdot)|_{t=k/b(n),h=1/b(n)}, k = 0,1,\ldots,b(n)-1, n \geq 1.$$

Має місце наступне твердження, яке можна віднести до класу граничних теорем так званого типу Леві — Бакстера. Короткі відомості про теореми даного типу наводяться в [4],детальний опис дається, наприклад, в [5].

Теорема.При виконанні представлення (2) має місце граничне співвідношення

$$S_n(\xi) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=0}^{b(n)-1}(\xi,\alpha_{k,n})^2 \xrightarrow[n\to\infty]{} \sum_{i=0}^{2N}(-1)^{N-i}\int_0^1 R_{i,2N-i}(x)dx,$$

де збіжністьрозумієтьсяусередньомуквадратичному. Якщо є збіжним ряд$\sum_{n=1}^{\infty}(b(n))^{-1}$, то збіжність $S_n(\xi)$ має місце з імовірністю 1.

Список використаних джерел

1. Гельфанд И.М. Обобщённые функции, в. 4 /Гельфанд И.М., ВиленкинН.Я. – М.: ФМ, 1961. – 472 с.
2. Розанов Ю.А. Случайные поля и стохастические уравнения с частными производными. – М.: Наука, 1995. – 252 с.
3. Krasnitskiy S.M.Baxter Type Theorems for Generalized Random Gaussian Processes / KrasnitskiyS.M., KurchenkoO.O. // Theory of Stochastic Processes. – 2016. – №1. – P.45 - 52.
4. Краснитський С.М. Теорема бакстерівського типу для гауссівських узагальнених випадкових процесів з незалежними значеннями другого порядку/Краснитський С.М., Курченко О.О.// Тези доповідей II міжнародної науково-практичної конференції «Мехатронні системи: інновація та інжиніринг - 15 червня 2018 (Київ), с. 106-107.
5. Козаченко Ю.В. Теореми Леві — Бакстера для випадкових полів та їх застосування /Козаченко Ю.В., Курченко О.О., Синявська О.О. Монографія. — Ужгород, 2018 — 228 с.